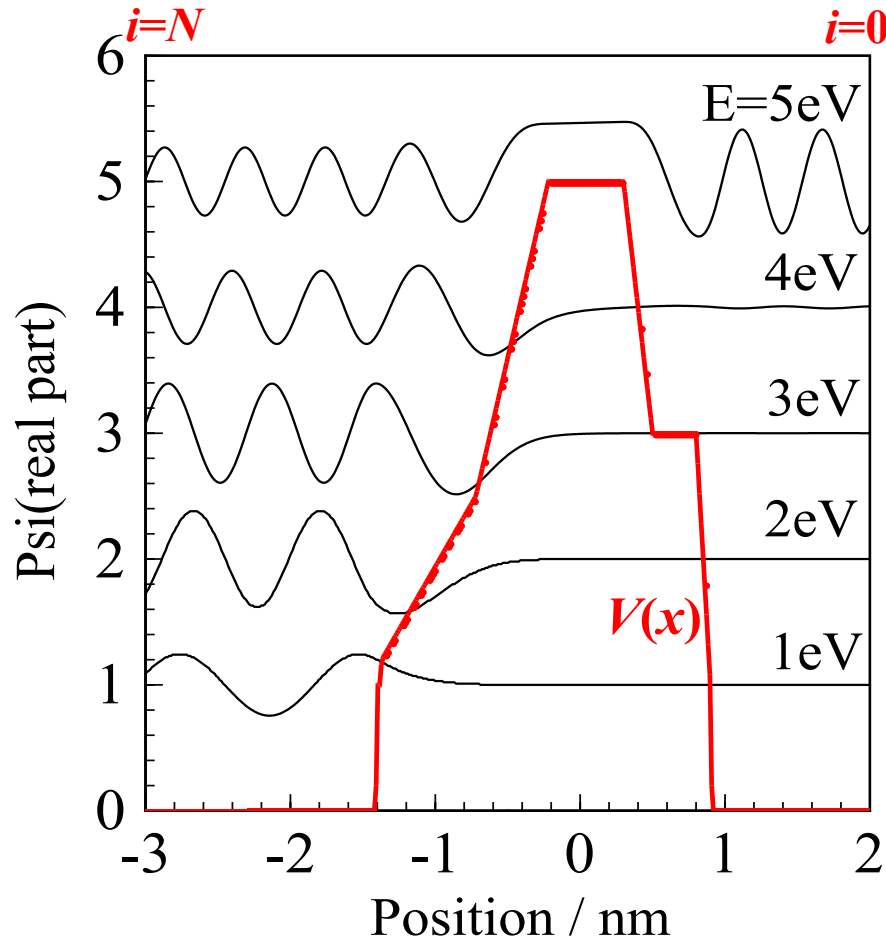


平面波近似: 転送行列法

H. Mizuta, T. Tanoue, "The Physics and Applications of Resonant Tunnelling Diodes," Cambridge Univ Press (1995)

Y. Ando and A. Itoh, J. Appl. Phys. 61 (1987) 1497

$$\Psi_i(x) = A_i \exp(ik_i x) + B_i \exp(-ik_i x) \quad k_i = \sqrt{\frac{2m_i}{\hbar^2} (E - V_i)}$$



境界条件

$$\Psi_i(x_{i+1}) = \Psi_{i+1}(x_{i+1})$$

$$m_i^{-1} \Psi'_i(x_{i+1}) = m_{i+1}^{-1} \Psi'_{i+1}(x_{i+1})$$

$$\begin{pmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha^+_i P_i & \alpha^-_i / Q_i \\ \alpha^-_i Q_i & \alpha^+_i / P_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \end{pmatrix}$$

$$\alpha^\pm_i = \frac{1}{2} [1 \pm (m_{i+1} / m_i) (k_i / k_{i+1})]$$

$$P_i = \exp[i(k_i - k_{i+1})x_{i+1}]$$

$$Q_i = \exp[i(k_i + k_{i+1})x_{i+1}]$$

平面波近似: 転送行列法

H. Mizuta, T. Tanoue, "The Physics and Applications of Resonant Tunnelling Diodes," Cambridge Univ Press (1995)

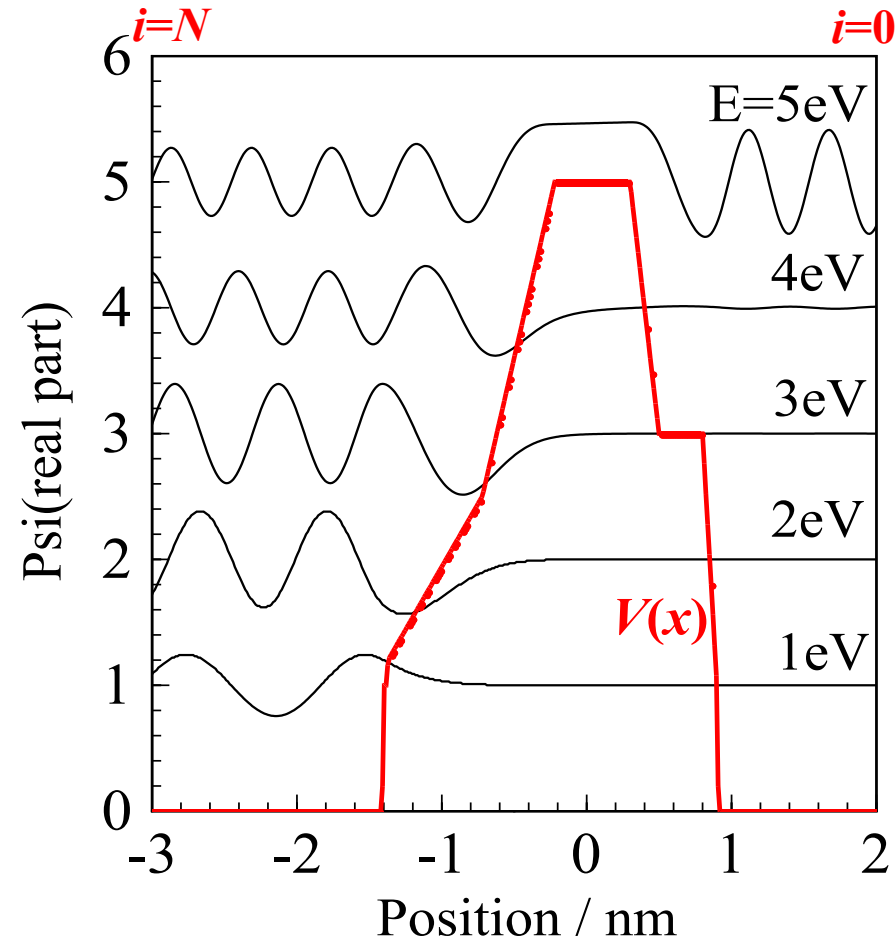
$$\begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha^+_{N-1} P_{N-1} & \alpha^-_{N-1} / Q_{N-1} \\ \alpha^-_{N-1} Q_{N-1} & \alpha^+_{N-1} / P_{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{N-1} \\ B_{N-1} \end{pmatrix} = T_{N-1} \begin{pmatrix} A_{N-1} \\ B_{N-1} \end{pmatrix} = T_{N-1} T_{N-2} \begin{pmatrix} A_{N-2} \\ B_{N-2} \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix}$$

$$T = T_{N-1} T_{N-2} \cdots T_0$$

境界条件例:

放出側 ($i = 0$) では
進行波のみが残る

$$A_0 = 1, B_0 = 0$$



質量を含んだShrödinger方程式の境界条件

$$\frac{\hbar^2}{2m(x)} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) = 2(V(x) - E)\psi(x)$$

$m(x)$ は $x_0 - h \sim x_0$ と $x_0 \sim x_0 + h$ の範囲で一定とし、
両辺を $x_0 - h$ から $x_0 + h$ の範囲で積分する

$$\begin{aligned} \frac{\hbar^2}{2m(x_0 + h)} \psi'(x_0 + h) - \frac{\hbar^2}{2m(x_0 - h)} \psi'(x_0 - h) &= \int_{x_0 - h}^{x_0 + h} (V(x) - E)\psi(x) dx \\ &= h[(V(x_0 + h) - E)\psi(x_0 + h) + (V(x_0 - h) - E)\psi(x_0 - h)] \\ &\sim h[V(x_0 + h) + V(x_0 - h)]\psi(x_0) \end{aligned}$$

最後の変形で、 x_0 において $\psi(x)$ が連続の条件を用いた。

さらに、 $[V(x_0 + h) + V(x_0 - h)]$ が $1/h$ よりも十分小さければ、 $h \Rightarrow 0$ で

$$m(x_0 + h)^{-1} \psi'(x_0 + h) = m(x_0 - h)^{-1} \psi'(x_0 - h)$$

有限の井戸型ポテンシャルでは $h \Rightarrow 0$ で $hV_0 \Rightarrow 0$ であるから、
一次微分も x_0 で連続である必要がある。

物質流密度と連続の方程式

$$\frac{d}{dt} \int \Psi^* \Psi d\mathbf{r} = \int \left(\Psi^* \frac{d}{dt} \Psi + \frac{d}{dt} \Psi^* \Psi \right) d\mathbf{r}$$

$$\frac{d}{dt} \Psi = \frac{1}{i\hbar} \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V(\mathbf{r}) \Psi \right)$$

$$\frac{d}{dt} \Psi^* = -\frac{1}{i\hbar} \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi^* + V(\mathbf{r}) \Psi^* \right)$$

を用いて

$$-\frac{\hbar}{2mi} \int (\Psi^* \nabla^2 \Psi - (\nabla^2 \Psi^*) \Psi) d\mathbf{r} = -\frac{\hbar}{2mi} \int \nabla \cdot (\Psi^* \nabla \Psi - (\nabla \Psi^*) \Psi) d\mathbf{r}$$

フラックス (物質流密度) を

$$J = \frac{\hbar}{2mi} (\Psi^* \nabla \Psi - (\nabla \Psi^*) \Psi)$$

と定義すると、連続の方程式

$$\frac{d}{dt} \Psi^* \Psi + \nabla J = 0$$

が得られる

一次元モデルの電流

H. Mizuta and T. Tanoue, The physics and applications of resonant tunneling diodes,
Cambridge Univ Press (1995)

z 方向にポテンシャル $V(z)$ があるとする

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2) + E_z \quad \mathbf{k}_{\parallel} = (k_x, k_y)$$

電子が左電極 (L, E_F^L) から右電極 (R, E_F^R) に流れる電流

$$J = J_{\rightarrow} - J_{\leftarrow}$$

$$J_{\rightarrow} = 2 \sum_{k_x, k_y, k_z > 0} e v_z T(E_z) f_L(\mathbf{k}) (1 - f_R(\mathbf{k})) \quad \text{Tsu-Esaki formula}$$

$$= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\infty} k_{\parallel} dk_{\parallel} \int_0^{\infty} dk_z e v_z T(E_z) f_L(k_{\parallel}, k_z) [1 - f_R(k_{\parallel}, k_z)]$$

$$J_{\leftarrow} = 2 \sum_{k_x, k_y, k_z < 0} e v_z T(E_z) f_R(\mathbf{k}) (1 - f_L(\mathbf{k}))$$

$$= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\infty} k_{\parallel} dk_{\parallel} \int_{-\infty}^0 dk_z e v_z T(E_z) f_R(k_{\parallel}, k_z) [1 - f_L(k_{\parallel}, k_z)]$$

$$f_{L,R}(\mathbf{k}) = \frac{1}{1 + \exp[(E(\mathbf{k}) - E_F^{L,R})/kT]}$$

$$v_z = \frac{dE(k_z)}{dk_z}$$

k_x, k_y で積分して

$$J = \int_0^{\infty} dE_z T(E_z) S(E_z)$$

一次元モデルの電流

H. Mizuta and T. Tanoue, The physics and applications of resonant tunneling diodes,
Cambridge Univ Press (1995)

$$J = \int_0^{\infty} dE_z T(E_z) S(E_z)$$

$$S(E_z) = \frac{m^* e k T}{2\pi^2 \hbar^3} \ln \left[\frac{1 + [(E(k) - E_F^L)/kT]}{1 + [(E(k) - E_F^R)/kT]} \right]$$

転送行列法より

$$\Psi_i(x) = A_i \exp(ik_i x) + B_i \exp(-ik_i x) \quad k_i = \sqrt{\frac{m_i}{\hbar^2} (E - V_i)}$$

$$\begin{pmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha^+_i P_i & \alpha^-_i / Q \\ \alpha^-_i Q & \alpha^+_i / P_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \end{pmatrix}$$

$$\alpha^{\pm}_i = \frac{1}{2} [1 \pm (m_{i+1}/m_i)(k_i/k_{i+1})]$$

$$P_i = \exp[i(k_i - k_{i+1})x_{i+1}] \quad Q_i = \exp[i(k_i + k_{i+1})x_{i+1}]$$

$$(A^L, B^R) = (A_0, B_N) = (1, 0)$$

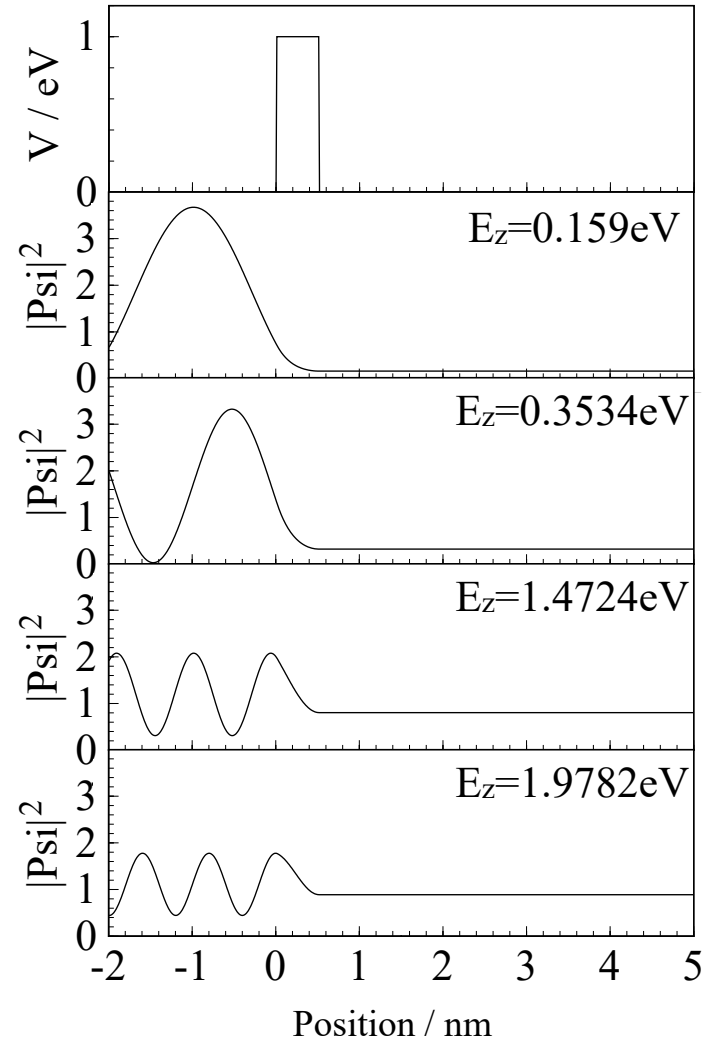
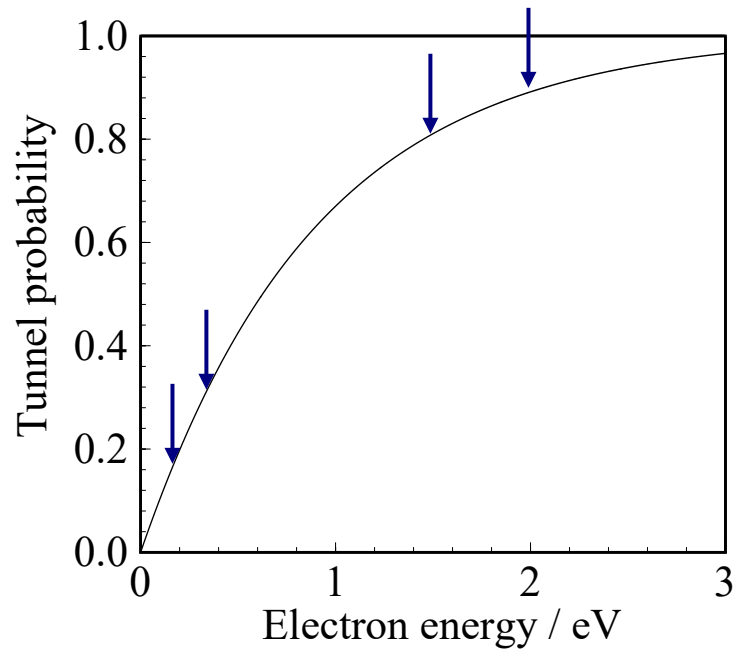
$\Psi = A \exp(ikx)$ が担う電流は

$$J = \frac{\hbar}{2mi} (\Psi^* \nabla \Psi - (\nabla \Psi^*) \Psi) = \frac{\hbar}{2m} k |A|^2$$

より、

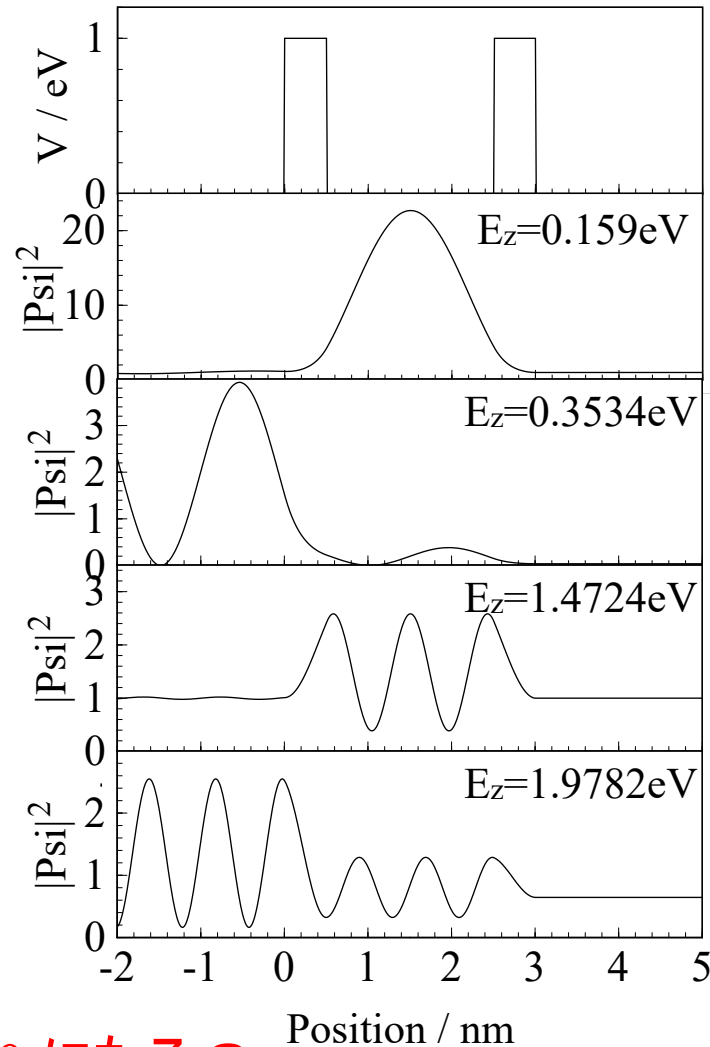
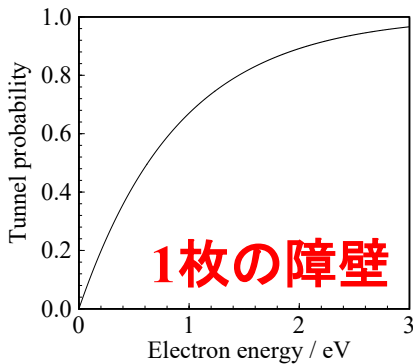
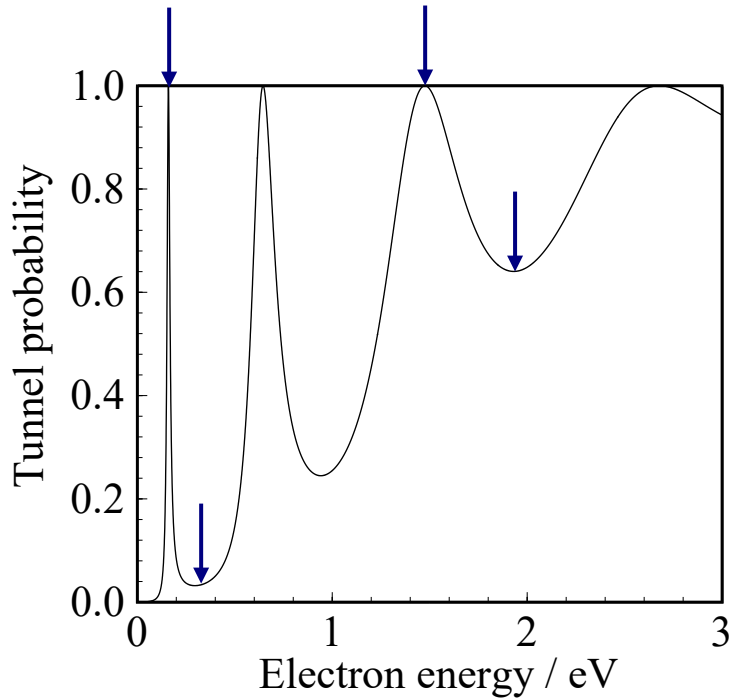
$$T(E_z) = \frac{m^{*L} k^R |A^R|^2}{m^{*R} k^L |A^L|^2}$$

1枚の障壁のトンネル



原子 (障壁) による散乱で、透過率は必ず 1 より小さい
=> 原子がたくさんあったら、透過率は 0 になる？

2枚の障壁のトンネル(QW, RTD)

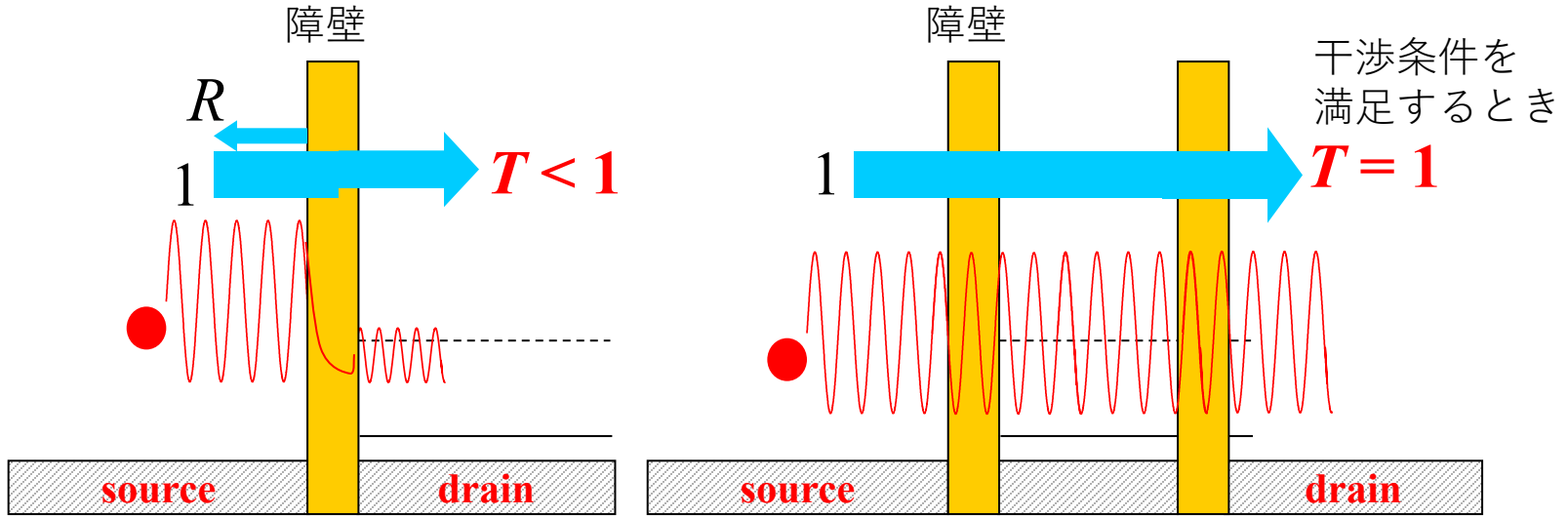


原子がたくさんあったら、透過率は 0 になる？

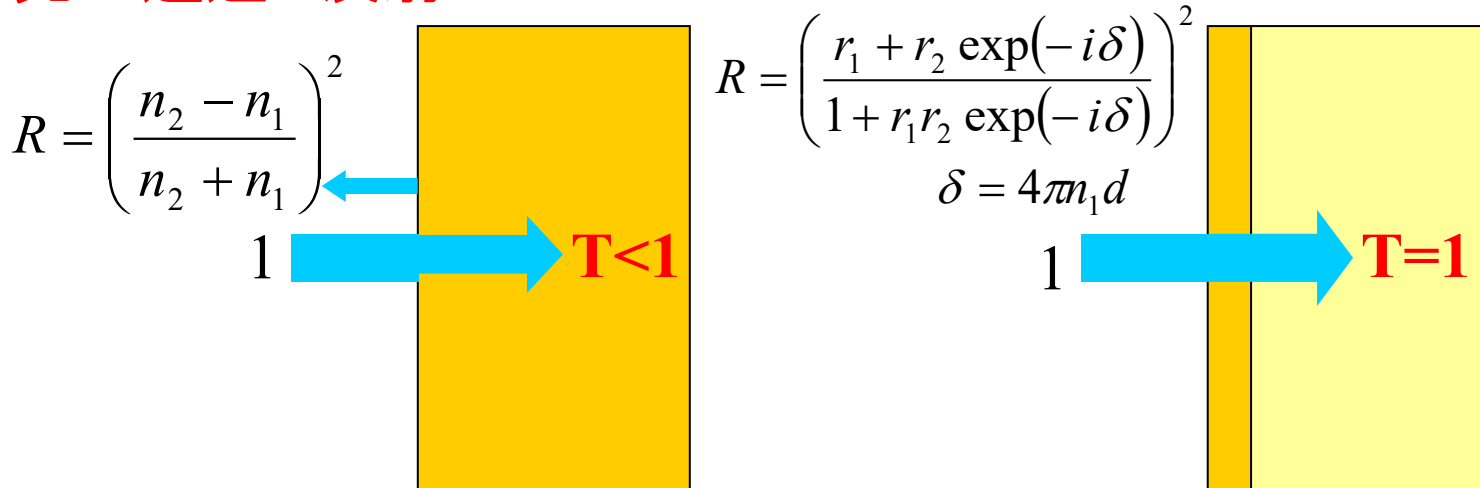
⇒ 原子 (障壁) が 2つ以上あれば、特定のエネルギーで 100% 透過する

電子と光の散乱

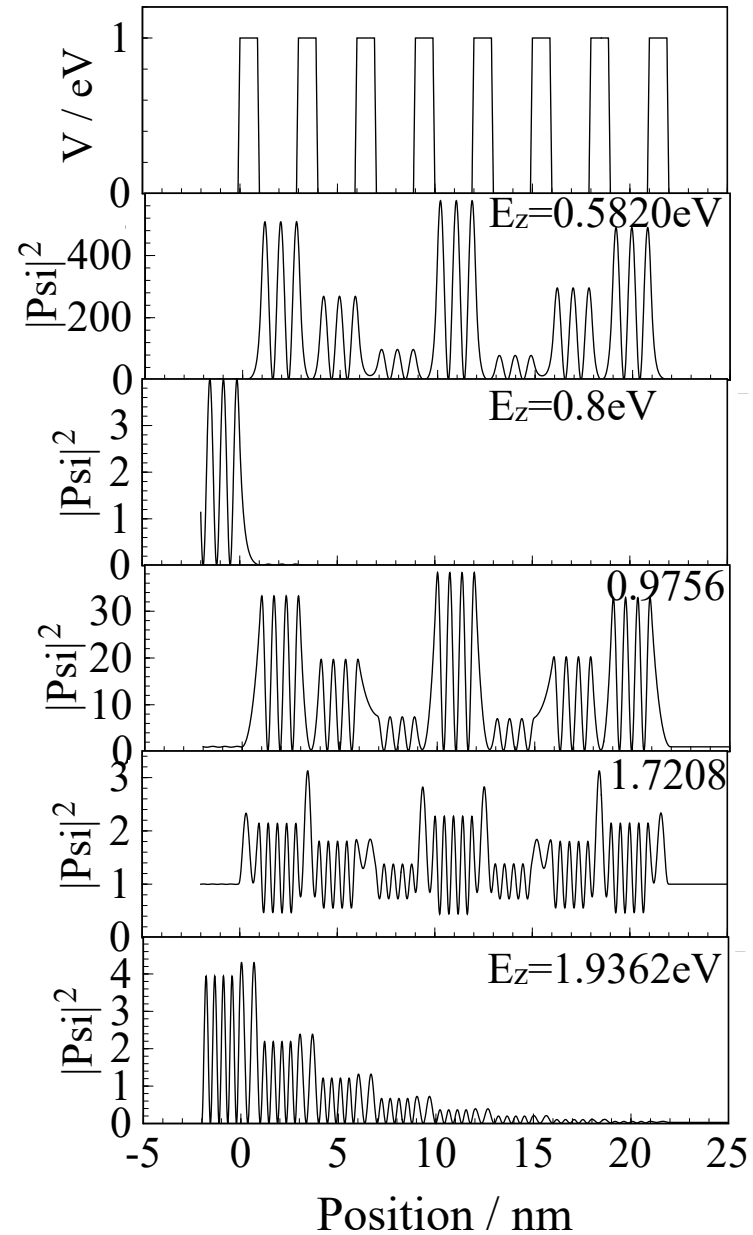
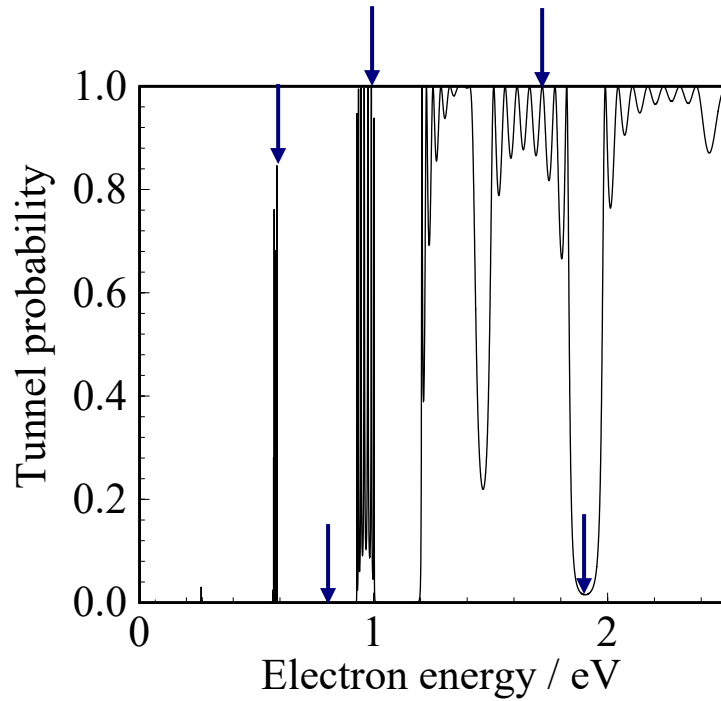
電子の透過と反射



光の透過と反射



多重量子井戸 (MQW) の透過: バンド



乱れのあるMQWの透過

